

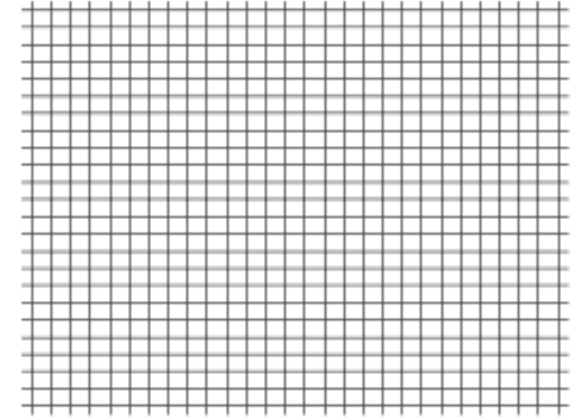
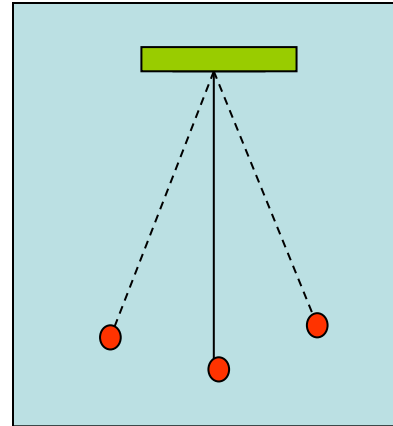


# Tema 2

## Moviment Ondulatori

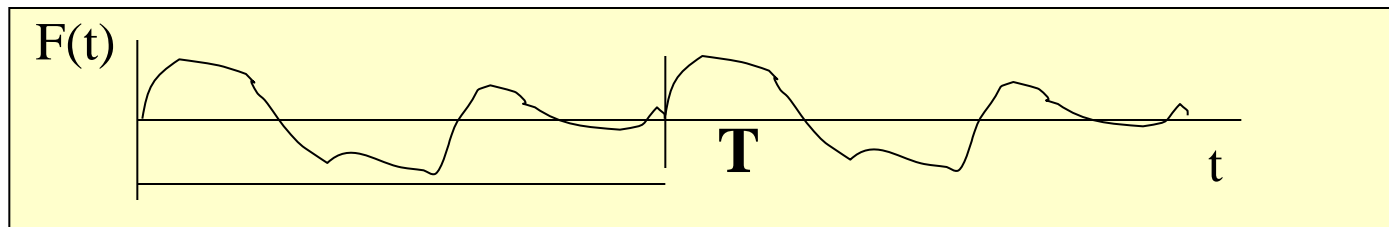
Una **oscil·lació** és el moviment repetitiu d'un **sistema** que ha estat **pertorbat** quan es trobava en una situació d'**equilibri estable**.

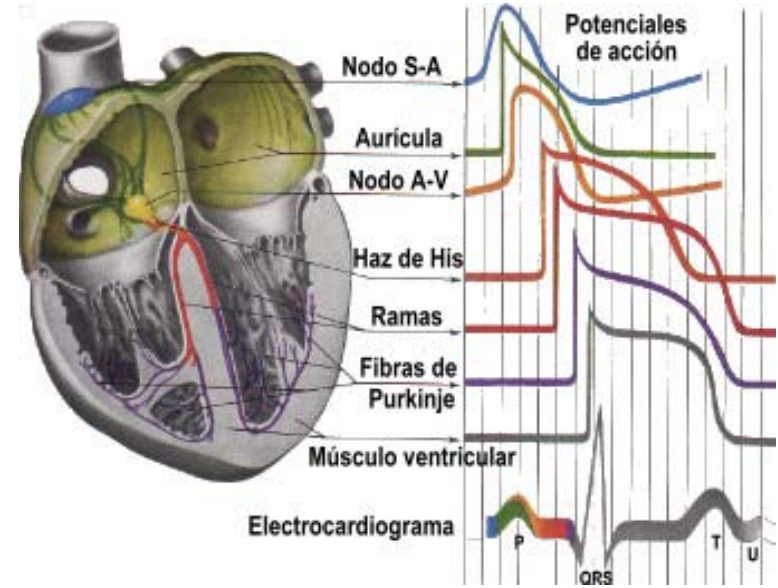
Una **ona** és una **oscil·lació** física que es **propaga** a través de l'espai.

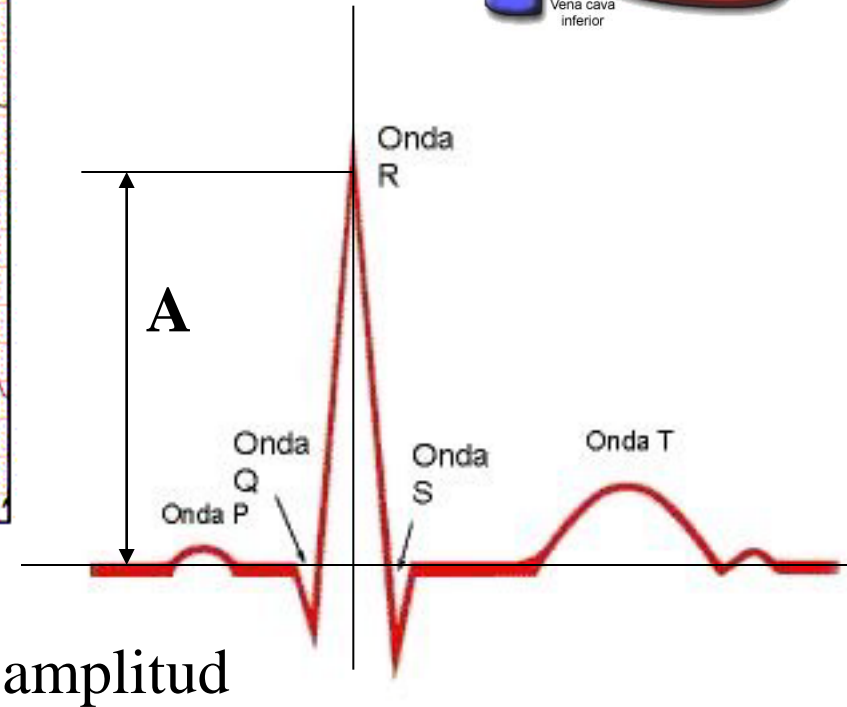
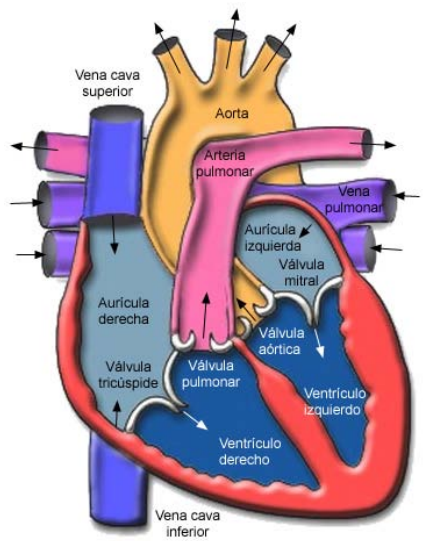
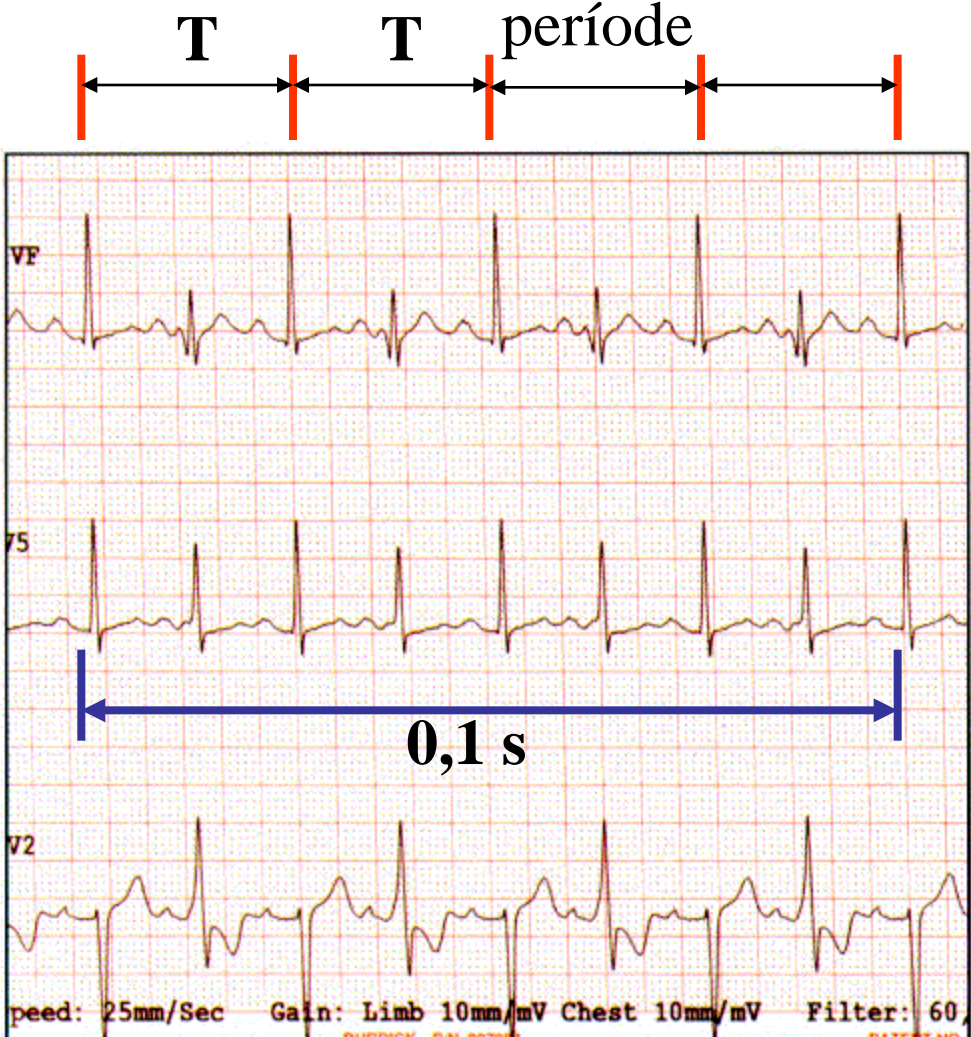


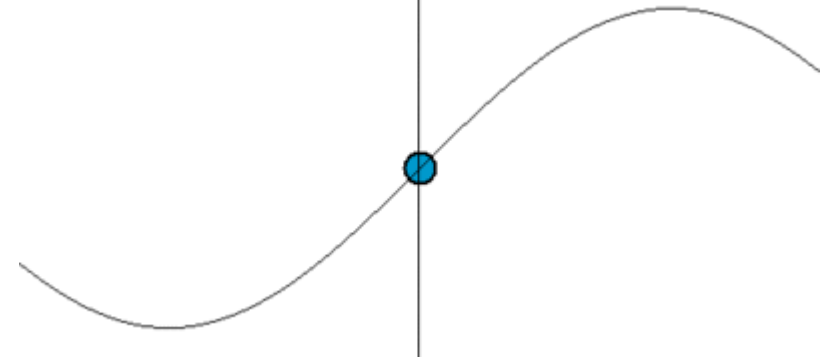
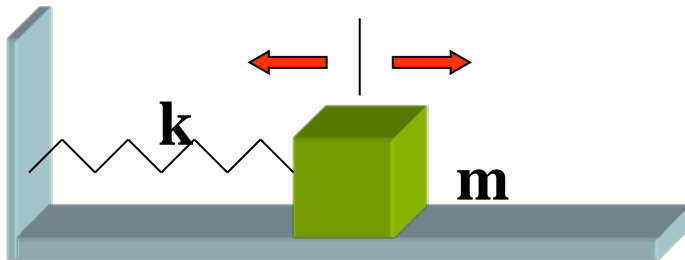
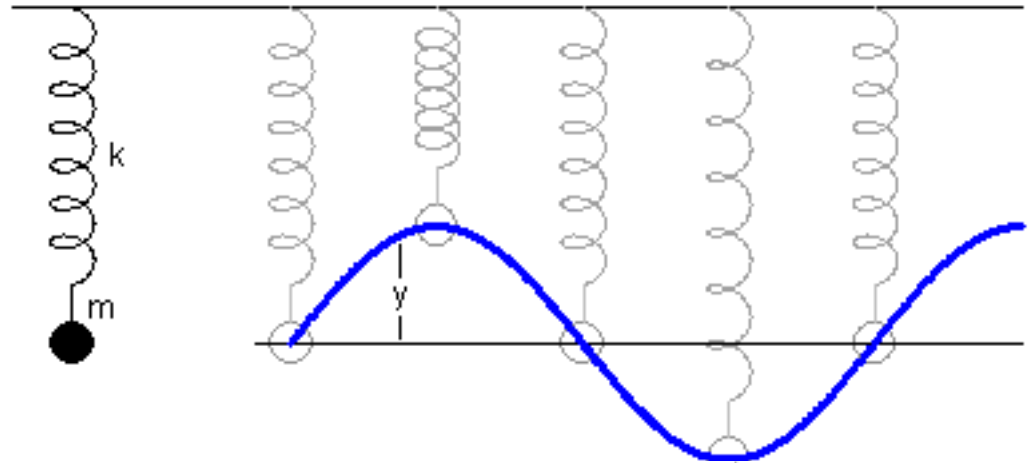
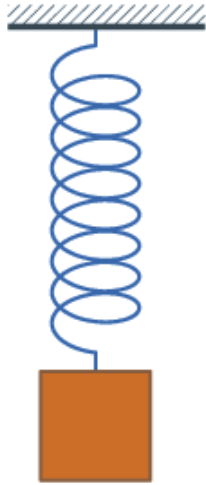
Una **funció**  $F(t)$  és **periòdica**, amb període  $T$  si compleix la següent relació:

$$F(t) = F(t+T)$$



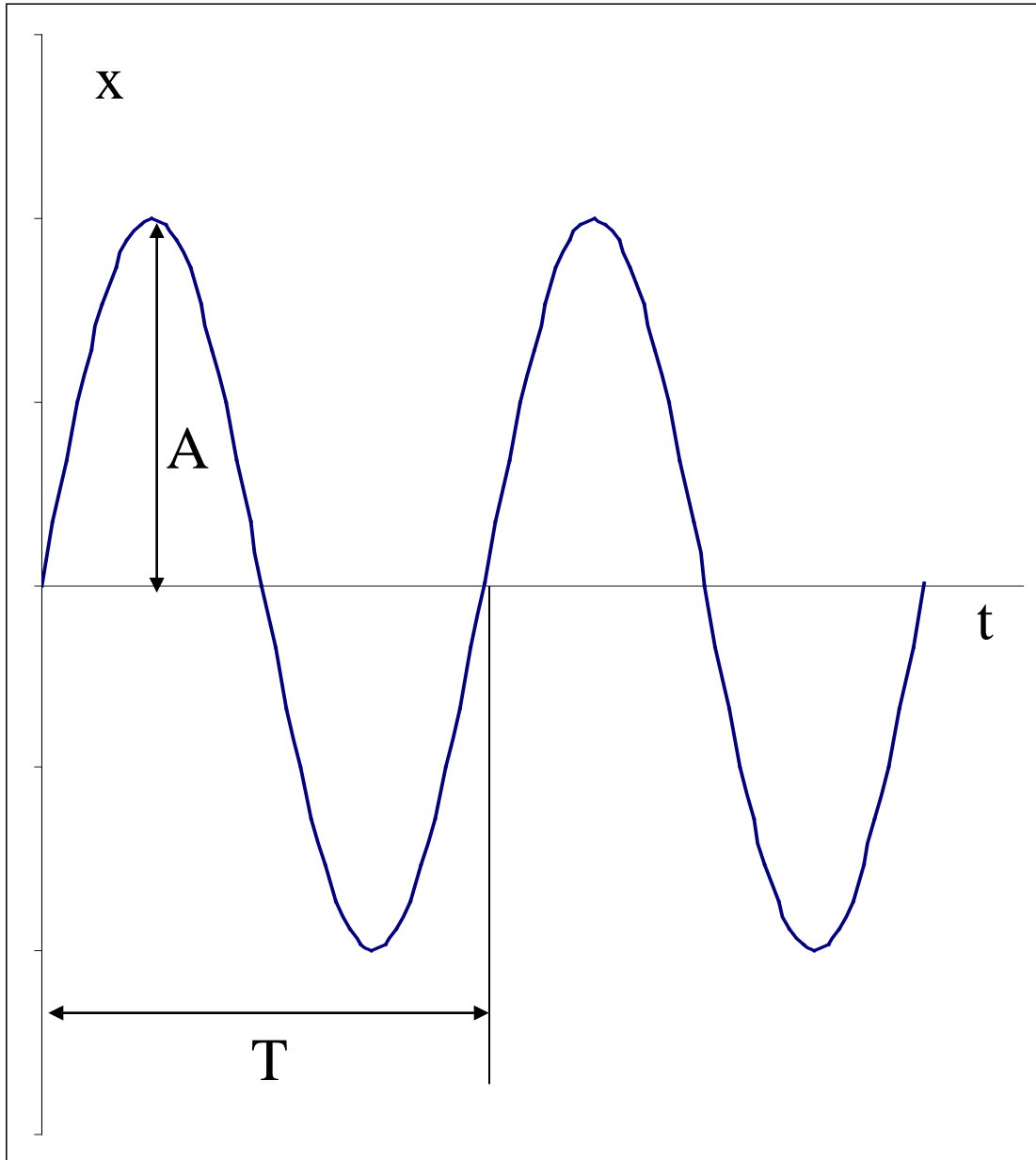






$$\text{EQUACIÓ: } x(t) = A \sin (\omega t + \varphi)$$

**A**, amplitud;  **$\omega$** , freqüència angular;  **$\varphi$** , fase inicial



Per  $\varphi=0$

$$x(t) = A \sin(\omega t)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{freqüència}$$

La unitat de freqüència és el **hertz** (Hz) i representa una oscil·lació per segon.

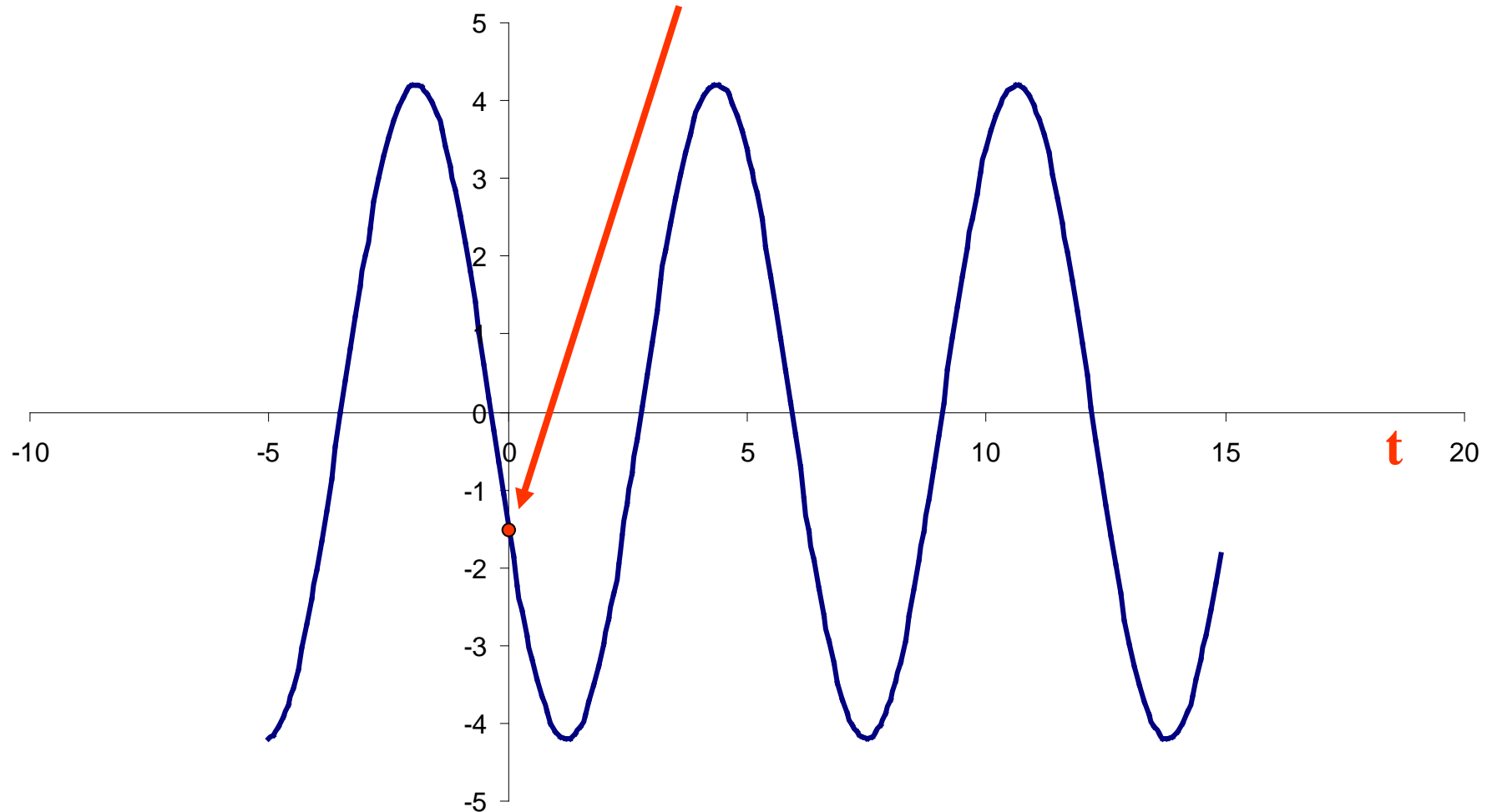
$$1 \text{ kHz} = 10^3 \text{ Hz}$$

$$1 \text{ MHz} = 10^6 \text{ Hz}$$

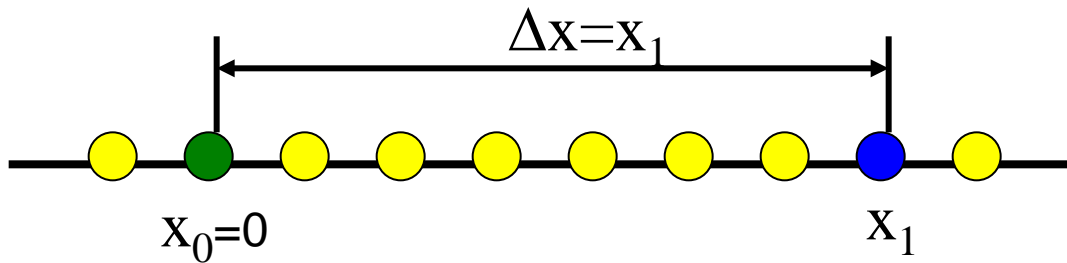
Si  $\varphi$  és diferent de zero:

$$\mathbf{x(t) = A \text{ sen } (\omega t + \varphi)}$$

$$\mathbf{x(t=0) = A \text{ sen } \varphi}$$

**x**

Volem relacionar l'estat de vibració de 2 punts situats en diferents posicions.

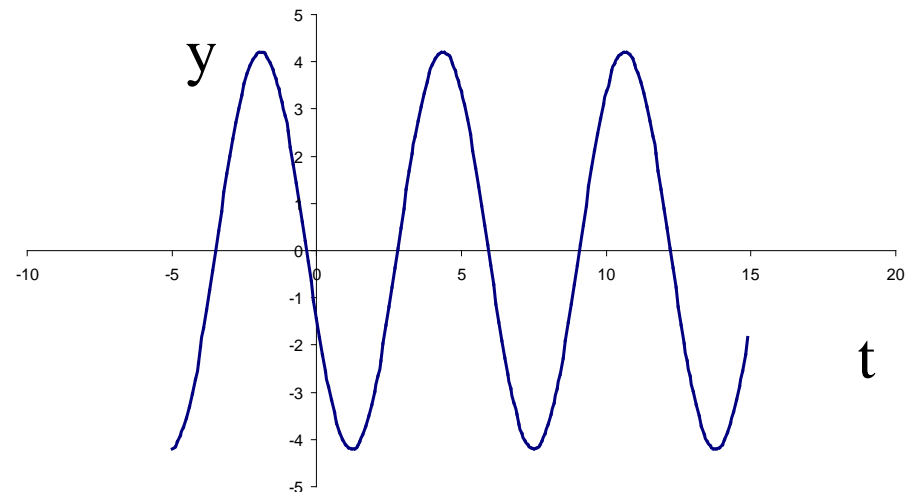
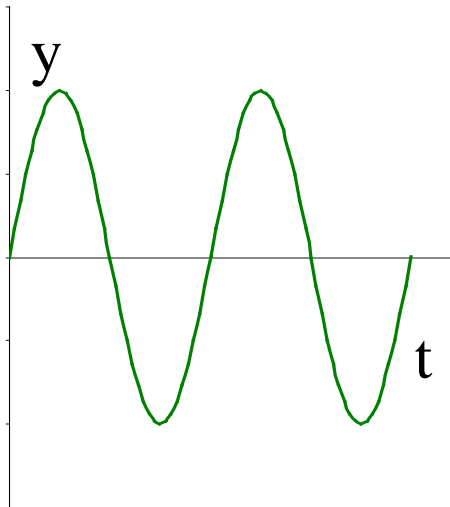


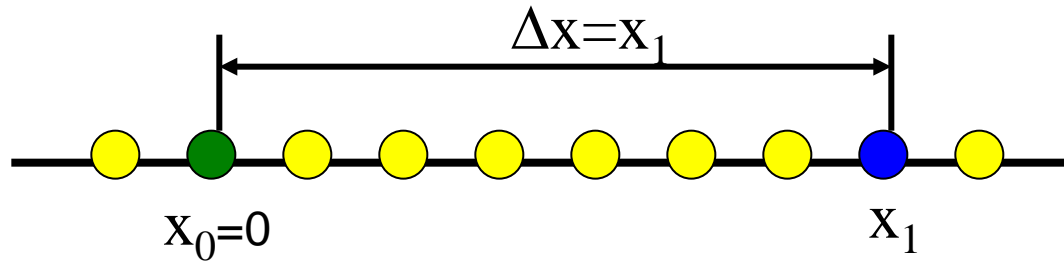
velocitat de propagació de l'ona

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$y(t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

$$y(x_1, t) = A \sin\frac{2\pi}{T}(t - \Delta t) = A \sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x_1}{v}\right)$$





$$y(t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

$$y(x_1, t) = A \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x_1}{v} \right)$$



$$y(x, t) = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{v \cdot T} \right)$$

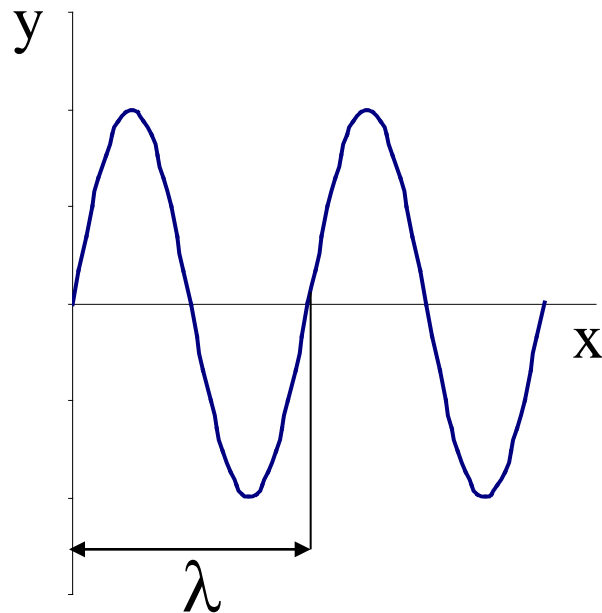
Longitud d'ona:  $\lambda = v \cdot T$

$$y(x, t) = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$y(x, t) = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

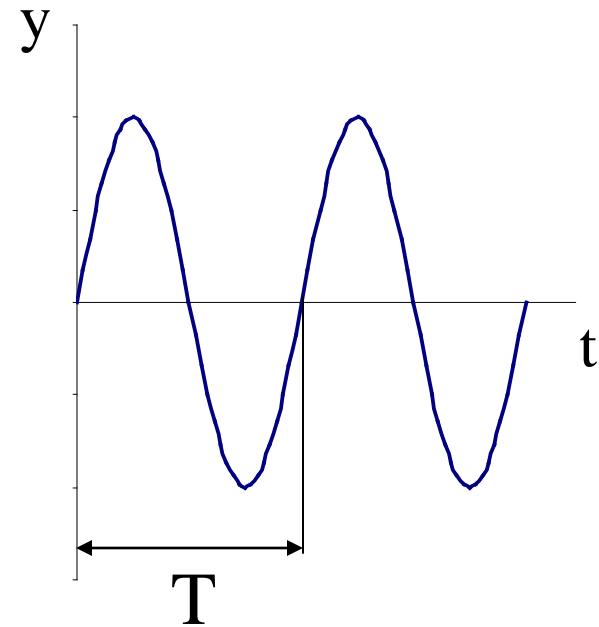
Per un  $t$  fixat:

“Aturem el temps” i mirem on es troba cada partícula.

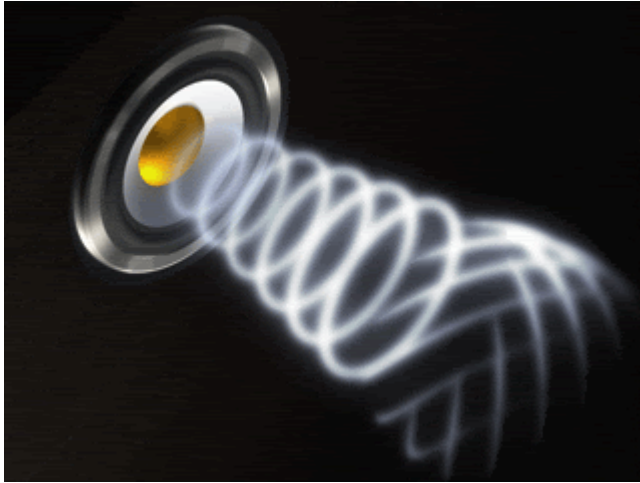


Per un  $x$  fixat:

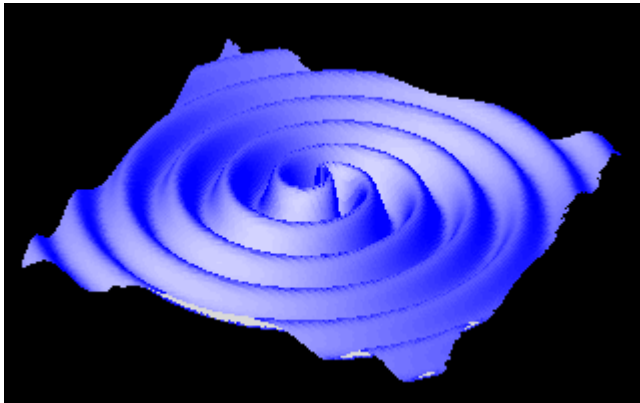
Triem una posició de l'espai o una partícula i mirem com evoluciona amb el temps.



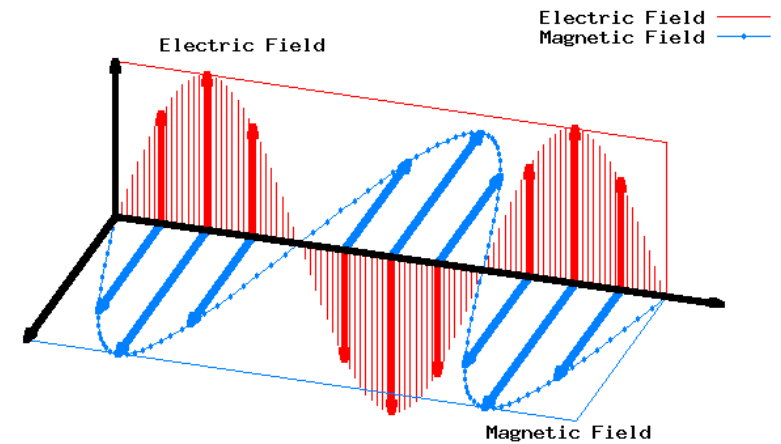
## Classificació segons el medi de propagació.



Ones mecàniques



Ones gravitacionals

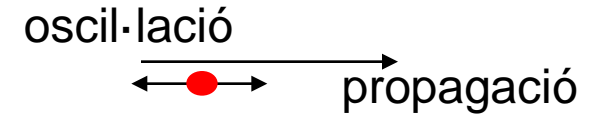
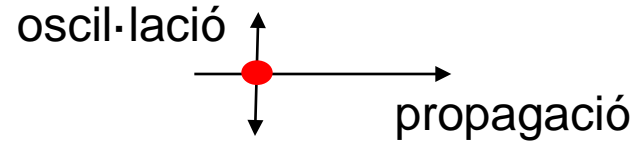


Ones electromagnètiques

Segons la  
direcció de la  
pertorbació

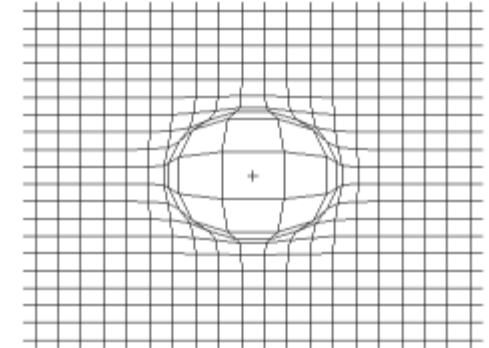
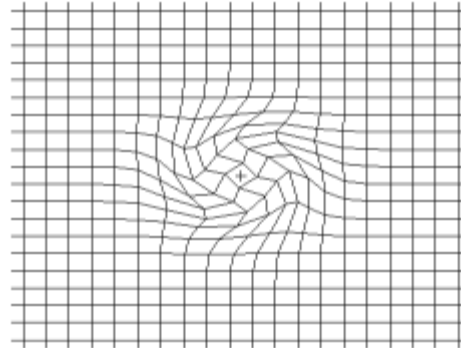
Transversal

Longitudinal

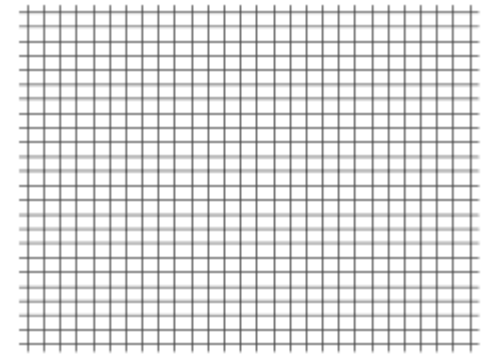
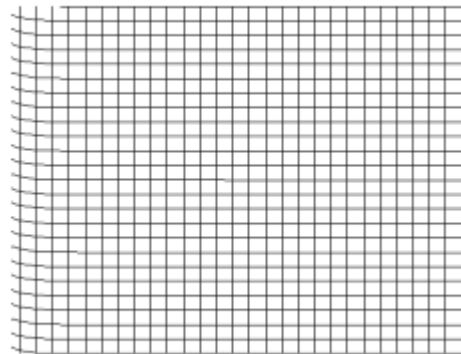


Segons el  
tipus de  
propagació

Ona esfèrica



Ona plana



**T. Fourier:** Qualsevol funció periòdica  $F(t)$  de període  $T$  pot escriure's com una suma de funcions sinus i cosinus de diferents freqüències.

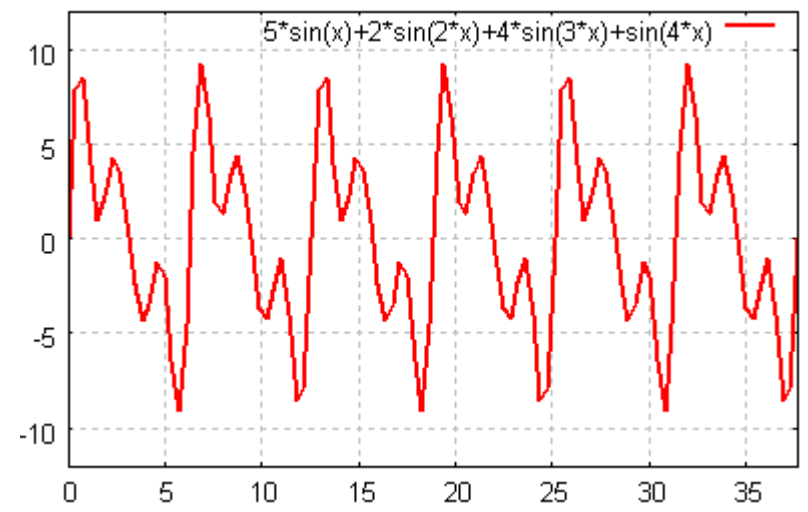
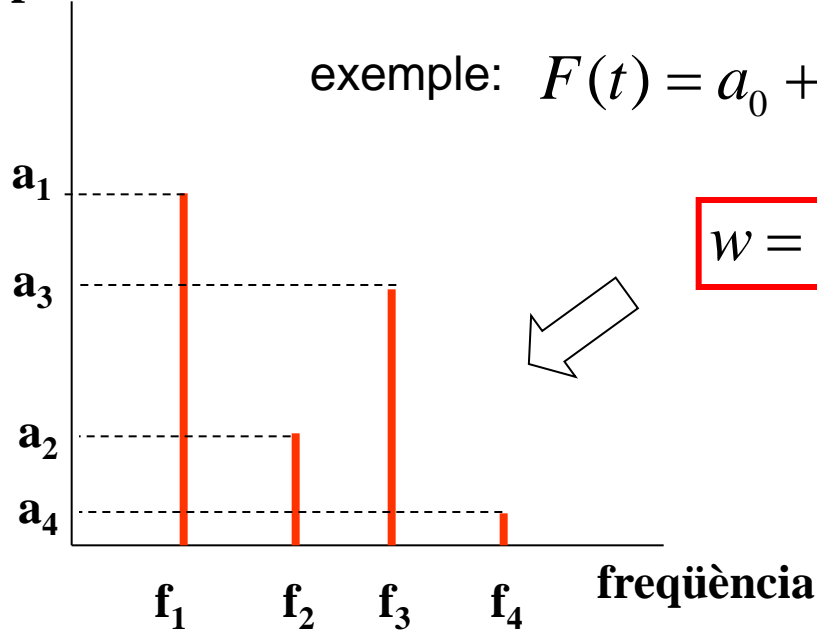
$$F(t) = a_0 + \sum_{n=0}^{\infty} [a_n \sin(\omega_n t) + b_n \cos(\omega_n t)] ; \omega_n = n \cdot \omega$$

$$F(t) = a_0 + a_1 \sin(\omega t) + a_2 \sin(2\omega t) + a_3 \sin(3\omega t) + \dots + b_0 + b_1 \cos(\omega t) + b_2 \cos(2\omega t) + b_3 \cos(3\omega t) + \dots$$

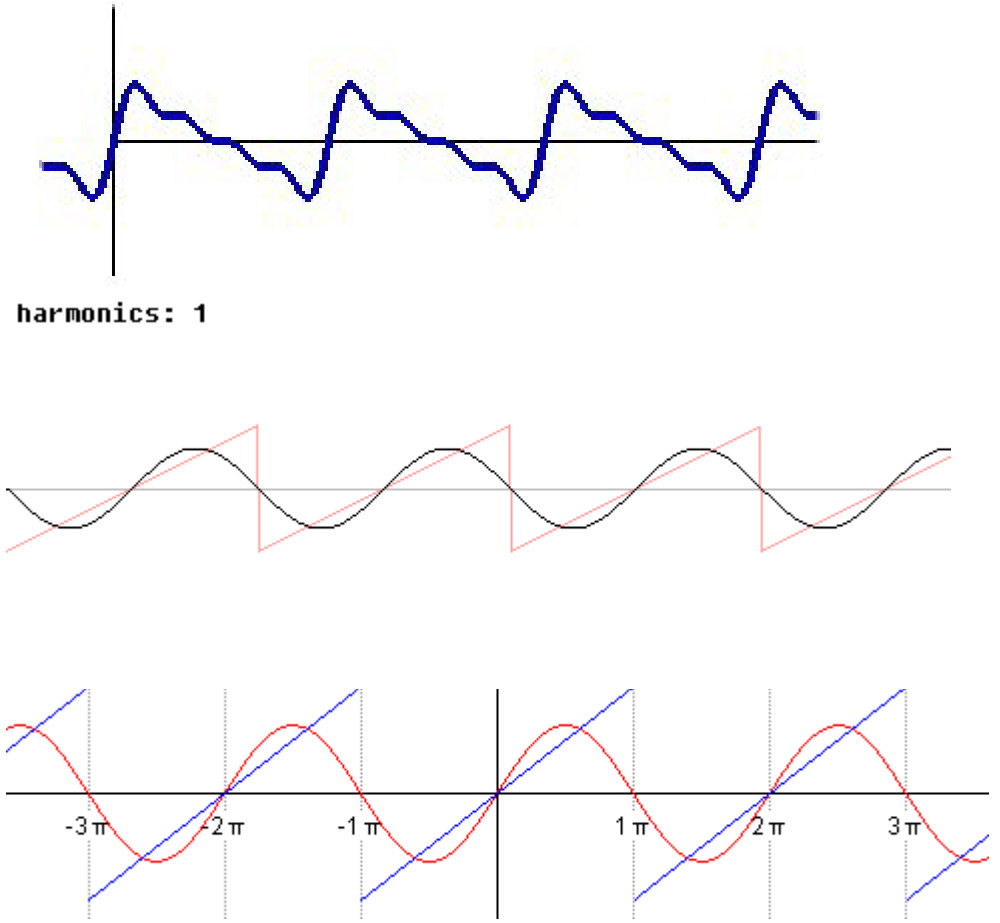
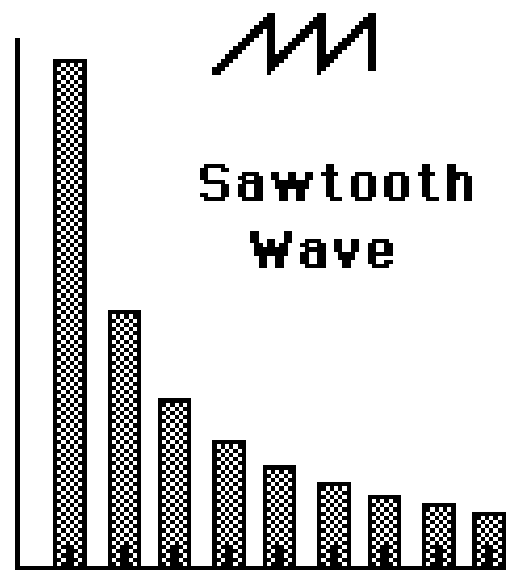
amplitud

exemple:  $F(t) = a_0 + a_1 \sin(\omega t) + a_2 \sin(2\omega t) + a_3 \sin(3\omega t)$

$$\omega = 2\pi f$$



Freqüència fonamental 440 Hz



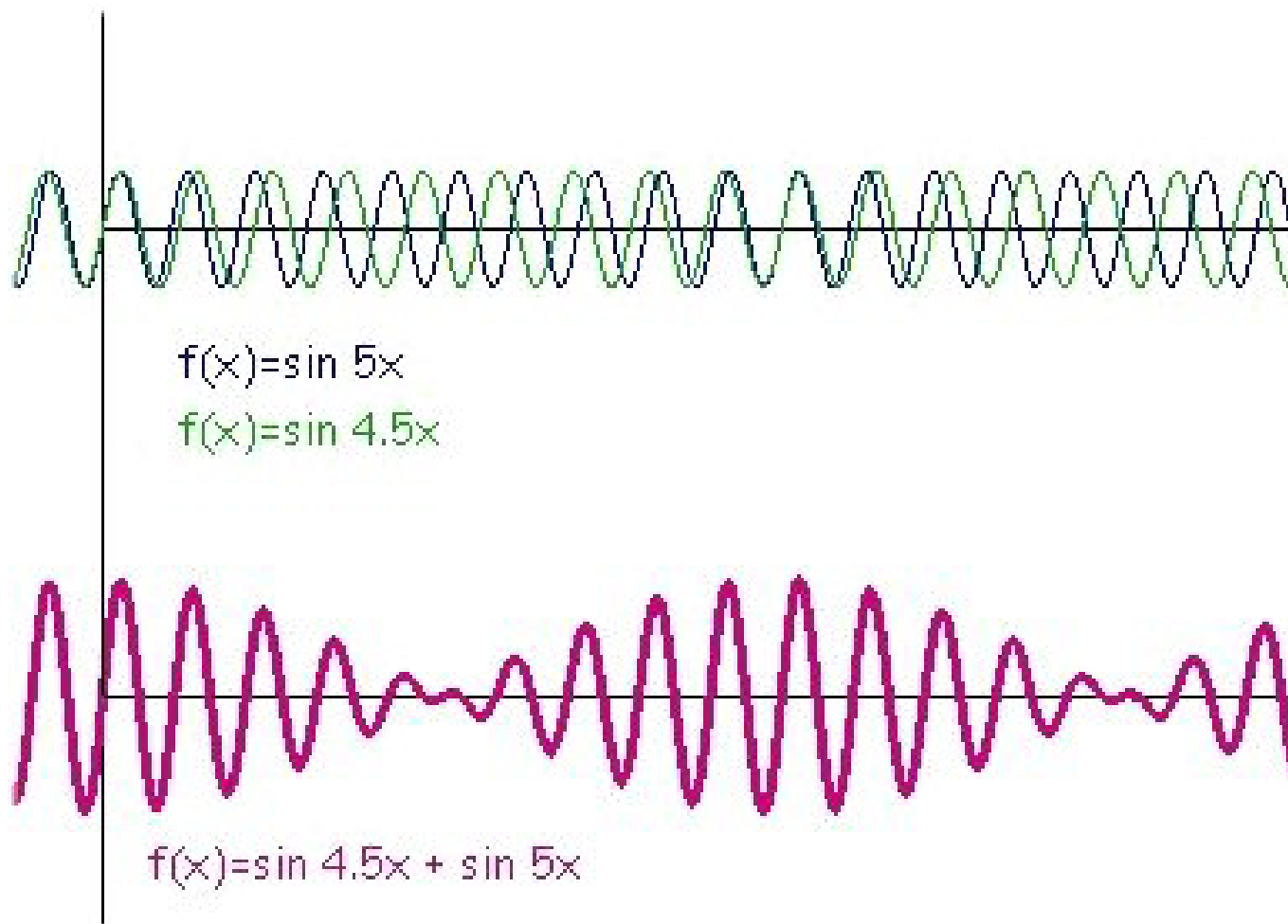
$$f(t) = \text{sen}2\pi 440t + \frac{1}{2} \text{sen}2\pi 880t + \frac{1}{3} \text{sen}2\pi 1320t + \frac{1}{4} \text{sen}2\pi 1760t + \dots$$

↑
↑
↑
↑

$2 \cdot f$ 
 $3 \cdot f$ 
 $4 \cdot f$

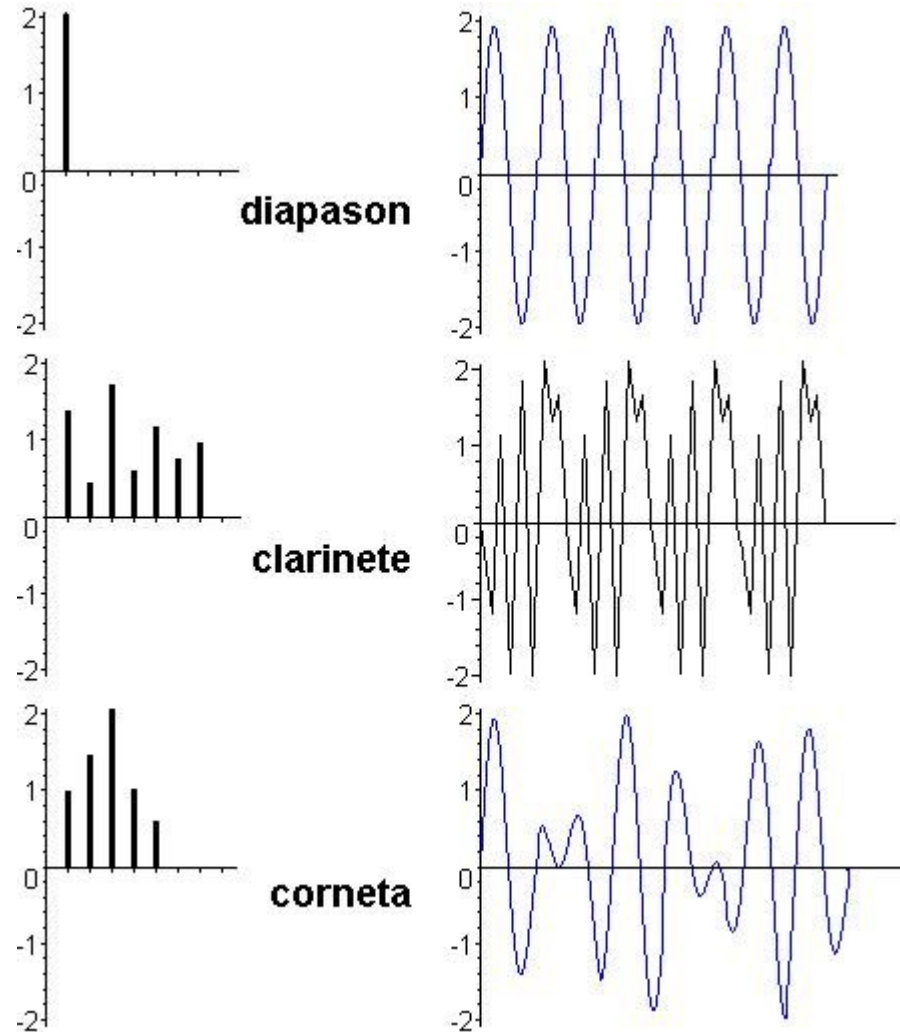


Exemple: Suma de dues funcions sinus per obtenir una altra funció periòdica

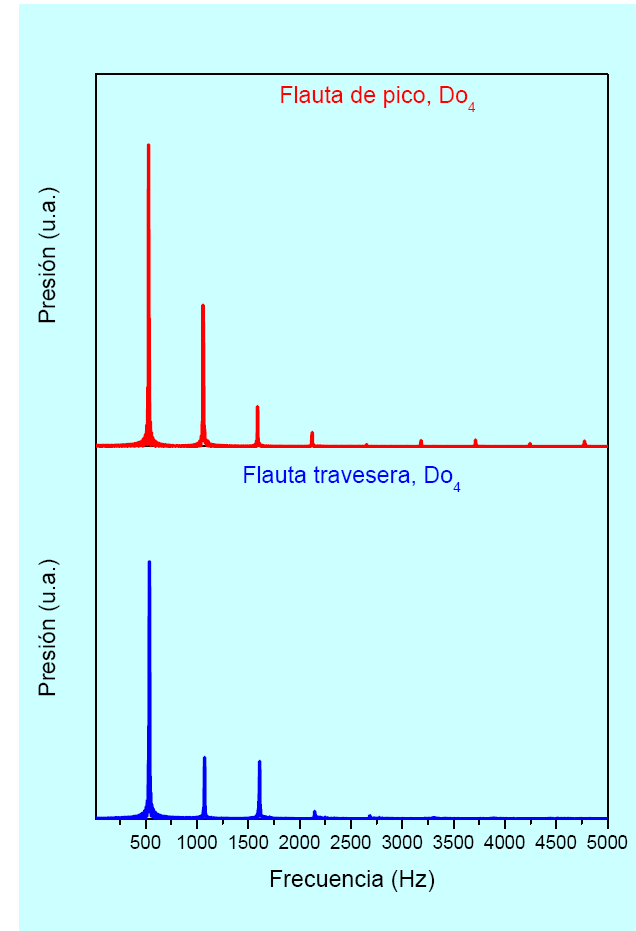
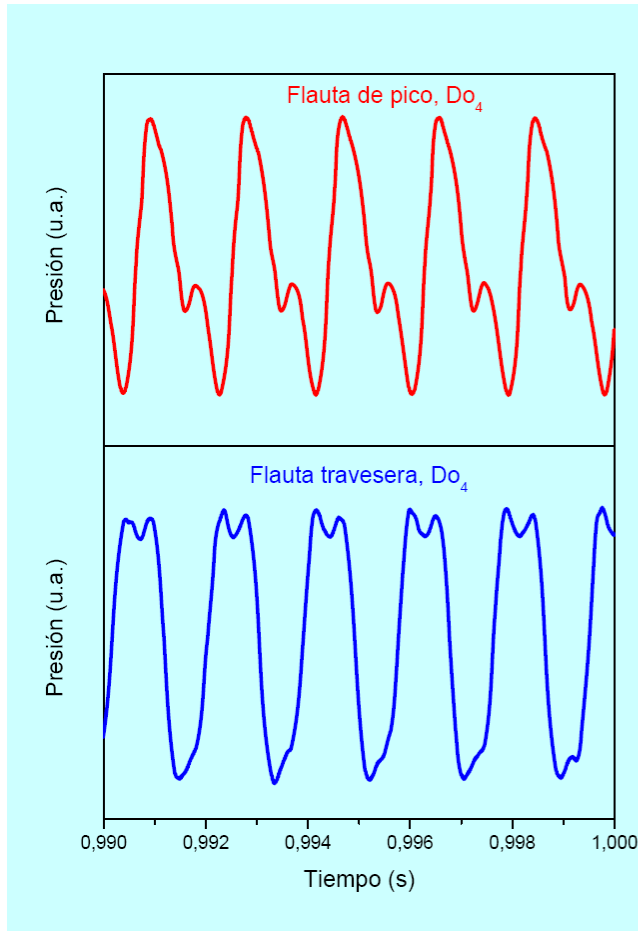


Instruments musicals diferents interpretant la mateixa nota (**freqüència** fonamental) amb la mateixa **intensitat** (potència per unitat de superfície) es perceben diferent degut al diferent contingut d'harmònics (**timbre**) de la nota.

$$f = 440 \text{ Hz}$$



Dos instruments musicals que sonen de forma semblant (timbres semblants), tenen un contingut d'harmònics semblants.



**Ones sonores:** moviment oscil·latori longitudinal de les partícules d'un medi material causat per una diferència de pressió.

Una ona sonora donada per  $y(x,t) = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$

està provocada per una diferència de pressió:  $\Delta p = A\omega\rho v \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$

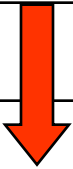
$\rho$ : densitat medi     $v$ : velocitat del so al medi

**SO:** freqüència entre 20 i 20.000 Hz

**ULTRASÒ:** freqüència superior a 20.000 Hz

# Velocitat de propagació del so:

**líquid**



$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

$\rho$  = densitat

$B = \Delta p / (\Delta V/V)$

**gas**



$$v = c \sqrt{\frac{T}{M}}$$

$T$  = temperatura absoluta

$M$  = pes molecular

$c$  = constant

Aire 0°	316 m/s
Aire 20°	343 m/s
Aigua 20°	1482 m/s
Teixit tou	1570 m/s

**•Exemple 1:**

Velocitat del so en aire a 25°?

Per l'aire:  $M = 0,029 \text{ kg/mol}$        $c = 3,41 \text{ (SI)}$

$$v = c \sqrt{\frac{T}{M}} = 3,41 \sqrt{\frac{298}{0,029}} = 346 \text{ m / s}$$

**•Exemple 2:**

Velocitat del so en aigua a 25°?

Per l'aigua:  $B = 2,2 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{2,2 \cdot 10^9}{1000}} = 1483 \text{ m / s}$$

**ENERGIA** (ones planes):  
(Unitats: joule = J)

$$E = \frac{1}{2} \omega^2 A^2 \rho V$$

$V$  = volum ocupat per l'ona

Densitat d'energia:

$$\frac{E}{V} = \frac{1}{2} \omega^2 A^2 \rho$$

**POTÈNCIA**

(Unitats: watt = W = J/s)

$$P = \frac{E}{t}$$

energia que per unitat de temps  
travessa a una superfície  $S$

**INTENSITAT**

(Unitats: W/m<sup>2</sup>)

$$I = \frac{P}{S} = \frac{E}{S \cdot t}$$

potència per unitat de superfície

## Ones planes:

$$I = \frac{E}{S \cdot t} = \frac{1}{2} \omega^2 A^2 \frac{\rho V}{S \cdot t} = \frac{1}{2} \omega^2 A^2 Z$$

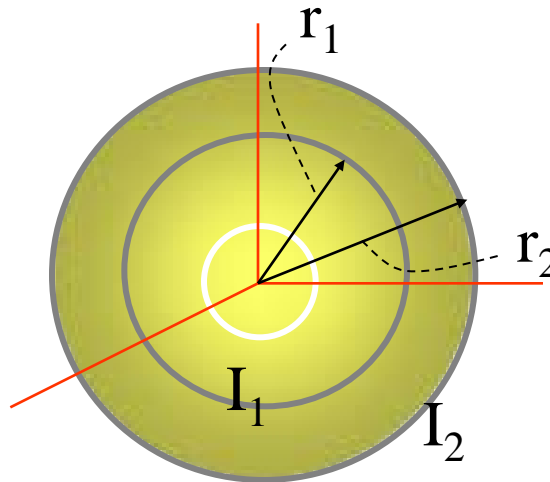
$Z = \rho \cdot v$  , impedància acústica del medi material

$\rho$ : densitat medi     $v$ : velocitat so al medi

## Ones esfèriques:

$$(S=4\pi r^2)$$

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2}$$



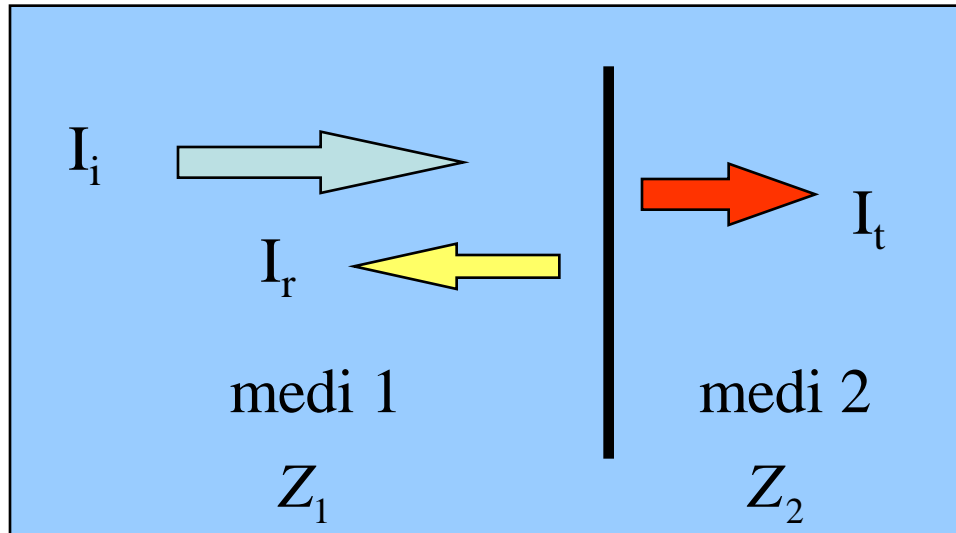
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

$$Z = \rho \cdot v$$

, impedància acústica del medi material

(Unitats: Ohms acústics  $\frac{g}{s \cdot cm^2}$ , o bé rayls  $\frac{Pa \cdot s}{m}$  )

SUSTANCIA	IMPEDANCIA CARACTERÍSTICA	
	g/(s · cm <sup>2</sup> )	(Pa · s)/m
<b>SÓLIDOS</b>		
Hierro fundido	270 · 10 <sup>4</sup>	270 · 10 <sup>5</sup>
Hierro forjado	400 · 10 <sup>4</sup>	400 · 10 <sup>5</sup>
Cinc	240 · 10 <sup>4</sup>	240 · 10 <sup>5</sup>
Acero	390 · 10 <sup>4</sup>	390 · 10 <sup>5</sup>
Granito	162 · 10 <sup>4</sup>	162 · 10 <sup>5</sup>
Màrmol	99 · 10 <sup>4</sup>	99 · 10 <sup>5</sup>
<b>LÍQUIDOS</b>		
Agua (13 °C)	144 · 10 <sup>3</sup>	144 · 10 <sup>4</sup>
Agua salada	155 · 10 <sup>3</sup>	155 · 10 <sup>4</sup>
<b>GASES</b>		
Aire a 0 °C	42,7	427
Aire a 20 °C	41,4	414
Vapor de agua	23,5	235



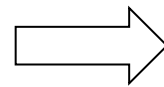
Conservació de l'energia (intensitat):

$$I_{\text{incident}} = I_{\text{transmesa}} + I_{\text{reflectida}}$$

$$\left( I = \frac{1}{2} Z \omega^2 A^2 \right)$$

Es pot demostrar que:

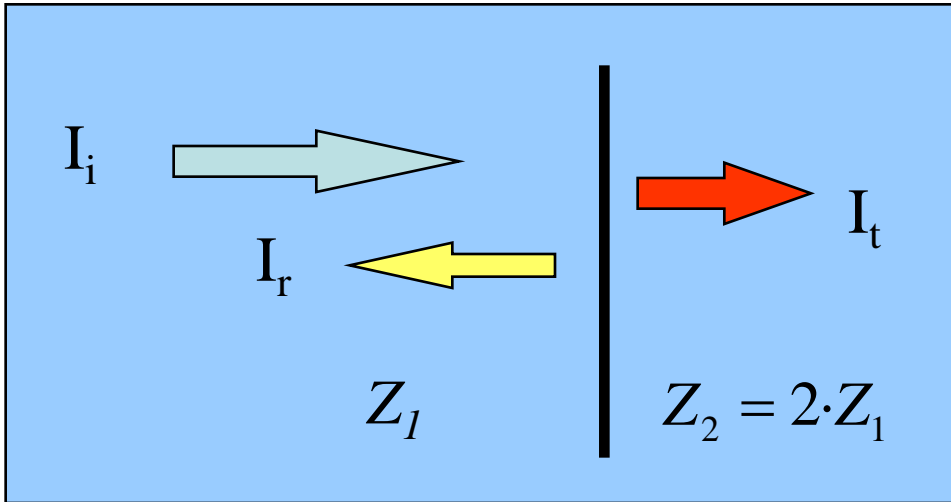
$$\frac{A_t}{A_i} = \frac{2Z_1}{(Z_1 + Z_2)}$$



$$\frac{I_t}{I_i} = \frac{Z_2 A_t^2}{Z_1 A_i^2} = \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}$$

$$\frac{I_r}{I_i} = \frac{I_i - I_t}{I_i} = 1 - \frac{I_t}{I_i} = 1 - \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2} \Rightarrow \frac{I_r}{I_i} = \frac{(Z_1 - Z_2)^2}{(Z_1 + Z_2)^2}$$

**Exemple:** Una ona passa d'un medi a un altre amb impedència acústica doble.



$$Z_2 = 2 \cdot Z_1$$

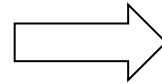
$$I = \frac{1}{2} Z \omega^2 A^2$$

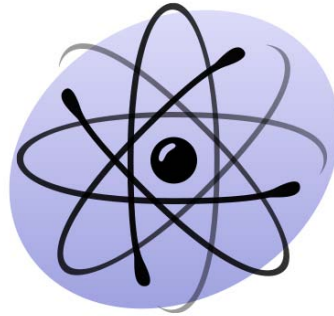
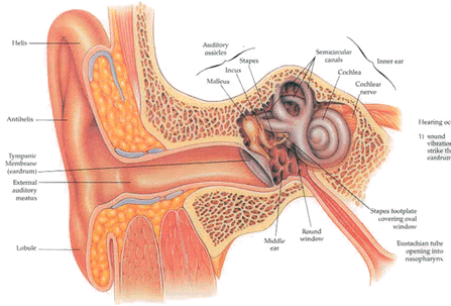
$$\frac{I_t}{I_i} = \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2} = \frac{8}{9}$$

$$\frac{I_r}{I_i} = \frac{(Z_1 - Z_2)^2}{(Z_1 + Z_2)^2} = \frac{1}{9}$$

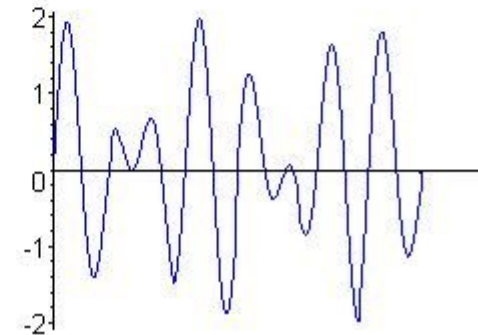
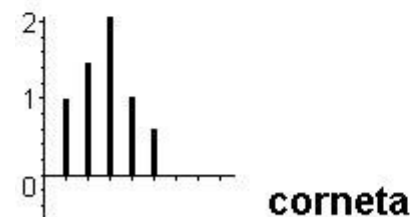
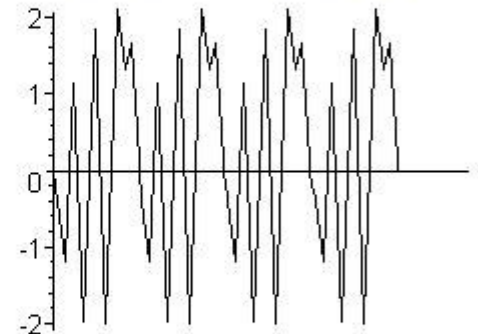
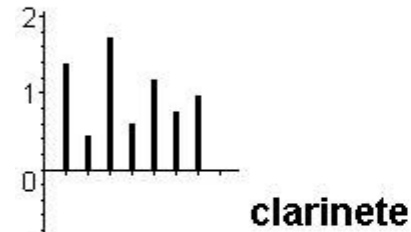
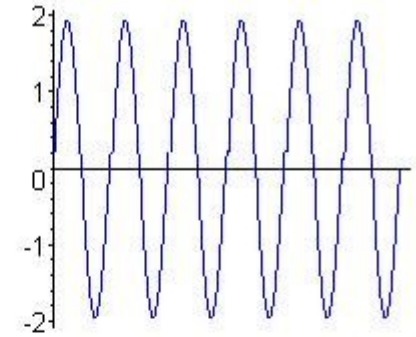
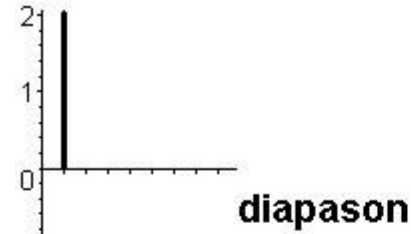
$$\frac{A_t}{A_i} = \sqrt{\frac{Z_1 I_t}{Z_2 I_i}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{A_r}{A_i} = \sqrt{\frac{Z_1 I_r}{Z_1 I_i}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$





Percepció acústica	Característica física
Intensitat	Potència per unitat de superfície
To	Freqüència fonamental
Timbre	Contingut d'harmònics



**Intensitat** (W/m<sup>2</sup>)  $I = \frac{P}{S} = \frac{E}{S \cdot t}$

L'audició humana té una percepció **no-lineal** de la **intensitat d'un so** (un so amb el doble d'intensitat no es percep el doble de fort).

**Nivell d'intensitat**: escala decibèlica.

$$\beta = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right)$$

(Unitats: decibel, dB)

$$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \rightarrow \text{llindar d'audició (0 dB)}$$

140 dB	Umbral del dolor
130 dB	Avión despegando
120 dB	Motor de avión en marcha
110 dB	Grupo de rock
100 dB	Perforadora eléctrica
90 dB	Tráfico
80 dB	Tren
70 dB	Aspiradora
50/60 dB	Aglomeración de Gente
40 dB	Conversación
20 dB	Biblioteca
10 dB	Ruido del campo
0 dB	Umbral de la audición

## Per practicar:

1. Calculeu la intensitat màxima tolerable per l'oïda humana sabent que correspon aproximadament a un nivell d'intensitat de 140dB.
2. Demostreu que si augmentem la intensitat en un factor  $10^n$ , l'increment en el nivell d'intensitat es correspon a  $\beta' - \beta = n \cdot 10$  (dB). (Per exemple, si volem passar d'un so de 20 dB a un so de 40 dB hem d'augmentar la intensitat un factor 100).
3. Calculeu quan ha d'augmentar la intensitat per a produir un augment en el nivell d'intensitat d'1dB. (Sol:  $I' = 1,26 I$ )
4. Demostreu la següent relació entre intensitat i nivell d'intensitat:

$$I(\text{W/m}^2) = 10^{10 \frac{\beta}{10} - 12}$$

5. Demostreu la següent relació entre el nivell d'intensitat  $\beta$  a una distància  $r$  amb el nivell d'intensitat  $\beta'$  a una distància  $r'$ .

$$\beta' = \beta + 20 \log \frac{r}{r'}$$